एकक 7

# बीजगणित

## (A) मुख्य अवधारणाएँ एवं परिणाम

- **चर** शब्द का अर्थ है कोई वस्तु जो विचरण कर सके, अर्थात् बदल (या परिवर्तित हो) सके। एक चर का मान निश्चित नहीं होता। हम एक संख्या को निरूपित करने के लिए चर का प्रयोग करते हैं तथा इसे किसी अक्षर जैसे $l, m, n, p, x, y, z,$ इत्यादि से व्यक्त करते हैं।
- एक चर किसी भी व्यावहारिक स्थिति में संबंध को व्यक्त करने तथा ज्यामिति, बीजगणित इत्यादि के अनेक सामान्य नियमों और गुणों को व्यक्त करने में हमें समर्थ बनाता है।
- एक चर और समता के चिह्न (=) वाला व्यंजक एक **समीकरण** कहलाता है।
- चर का वह मान जो एक समीकरण को संतुष्ट करता है उस समीकरण का एक **हल** कहलाता है।



## (B) हल-उदाहरण

**उदाहरण 1 और 3 में दिए हुए चार विकल्पों में से सही उत्तर लिखिए।**

**उदाहरण 1:** $4a$ बराबर है

(A) $4 + a$ (B) $4 \times a$

(C) $a \times a \times a \times a$ (D) $4 \div a$

**हल:** सही उत्तर (B) है।

**उदाहरण 2:** संख्या $x$ के तीन गुने से 8 अधिक को निम्नलिखित रूप में निरूपित किया जा सकता है।

(A) $8 + x + 3$ (B) $3x - 8$ (C) $3x + 8$ (D) $8x + 3$

**हल:** सही उत्तर (C) है।

**उदाहरण 3:** निम्नलिखित में से कौन एक समीकरण है ?

(A) $x + 7$ (B) $2y + 3 = 7$

(C) $2p < 10$ (D) $12x$

**हल :** सही उत्तर (B) है।

**कथन को सत्य बनाने के लिए रिक्त स्थानों को भरिए।**

**उदाहरण 4:** 50 में से $y$ के 7 गुने घटाने को ________ रूप में व्यक्त किया जा सकता है।

**हल :** $50 - 7y$

**उदाहरण 5:** सत्य या असत्य बताइए –

$x = 5$, समीकरण $3 - x = 8$ का एक हल है।

**हल :** असत्य

**उदाहरण 6 से 8 में दिए कथनों को व्यंजक रूप में लिखिए।**

**उदाहरण 6:** किसी संख्या के तिगुने में से 13 घटाना।

**हल :** मान लीजिए कि संख्या $x$ है।

इस संख्या का तिगुना $3x$ है।

इसमें से 13 घटाने पर प्राप्त व्यंजक $3x - 13$ है।

**उदाहरण 7:** मेघा की आयु (वर्षों में) अपनी पुत्री की आयु के पाँच गुने से 2 अधिक है।

**हल :** मान लीजिए कि पुत्री की आयु $m$ वर्ष है।

$m$ का पाँच गुना $5m$ है।

$5m$ से 2 अधिक व्यंजक $5m + 2$ है।

**उदाहरण 8:** अनघा, सुशांत और फैज़ल एक पहाड़ी की चोटी तक पहुँचने के लिए सीढियाँ चढ़ रहे हैं। अनघा सीढ़ी $p$ पर है। सुशांत अनघा से 10 सीढ़ियाँ आगे है तथा फैज़ल उससे 6 सीढ़ियाँ पीछे है। सुशांत और फैज़ल कौन-सी सीढ़ियों पर हैं? पहाड़ी की चोटी तक पहुँचने के लिए कुल सीढ़ियों की संख्या अनघा की सीढ़ी के 8 गुने से 3 कम है। $p$ का प्रयोग करते हुए, सीढ़ियों की कुल संख्या को व्यक्त कीजिए।

**हल :** अनघा सीढ़ी $p$ पर है।

सुशांत अनघा से 10 सीढ़ियाँ आगे है। अत: वह $= p + 10$ सीढ़ी पर है।

फैज़ल अनघा से 6 सीढ़ियाँ पीछे है। अत: वह = $p - 6$ वीं सीढ़ी पर है।
$p$ का 8 गुना = $8p$
$8p$ से 3 कम = $8p - 3$
अत: सीढ़ियों की कुल संख्या = $8p - 3$

**उदाहरण 9 और 10 में व्यंजकों को कथनों में परिवर्तित कर उन्हें साधारण भाषा में बदलिए।**

**उदाहरण 9:** एक पेंसिल का मूल्य $x$ रु है तथा एक पेन का मूल्य $6x$ रु है।

**हल :** एक पेन का मूल्य एक पेंसिल के मूल्य का 6 गुना है।

**उदाहरण 10:** मनिषा की आयु $z$ वर्ष है। उसके चाचा की आयु $5z$ वर्ष है तथा उसकी चाची की आयु $(5z - 4)$ वर्ष है।

**हल :** मनिषा के चाचा की आयु मनिषा की आयु की पाँच गुनी है तथा उसकी चाची उसके चाचा से 4 वर्ष छोटी है।

## (C) प्रश्नावली

**प्रश्न 1 से 23 में दिए हुए चार विकल्पों में से केवल एक ही सही है। सही विकल्प चुनिए।**

1. यदि एक माचिस की डिब्बी में 50 तीली हों, तो माचिस की ऐसी $n$ डिब्बियों के लिए आवश्यक तीलियों की संख्या है –

   (A) $50 + n$ (B) $50n$ (C) $50 \div n$ (D) $12 - n$

2. अमूल्य की वर्तमान आयु $x$ वर्ष है। 5 वर्ष पहले उसकी आयु थी –

   (A) $(5 - x)$ वर्ष (B) $(5 + x)$ वर्ष (C) $(x - 5)$ वर्ष (D) $(5 \div x)$ वर्ष

3. निम्नलिखित में से कौन $6 \times x$ निरूपित करता है –

   (A) $6x$ (B) $\frac{x}{6}$ (C) $6 + x$ (D) $6 - x$

4. निम्नलिखित में से कौन एक समीकरण है?

   (A) $x + 1$ (B) $x - 1$ (C) $x - 1 = 0$ (D) $x + 1 > 0$

5. यदि $x$ का मान 2 हो, तो $x + 10$ का मान है –

   (A) 20 (B) 12 (C) 5 (D) 8

**6.** यदि एक समषड्भुज का परिमाप $x$ मीटर है, तो उसकी प्रत्येक भुजा की लम्बाई है –

(A) $(x + 6)$ मीटर (B) $(x \div 6)$ मीटर
(C) $(x - 6)$ मीटर (D) $(6 \div x)$ मीटर

**7.** किस समीकरण का एक हल $x = 2$ है?

(A) $x + 2 = 5$ (B) $x - 2 = 0$ (C) $2x + 1 = 0$ (D) $x + 3 = 6$

**8.** किन्हीं दो पूर्णांकों $x$ और $y$ के लिए, निम्नलिखित में से किससे पता चलता है कि योग की संक्रिया क्रम-विनिमेय है?

(A) $x + y = y + x$ (B) $x + y > x$ (C) $x - y = y - x$ (D) $x \times y = y \times x$

**9.** किस समीकरण का पूर्णांकों में कोई हल नहीं है?

(A) $x + 1 = 1$ (B) $x - 1 = 3$ (C) $2x + 1 = 6$ (D) $1 - x = 5$

**10.** बीजगणित में, $a \times b$ का अर्थ $ab$, है, परंतु अकंगणित में $3 \times 5$ बराबर है –

(A) 35 के (B) 53 के (C) 15 के (D) 8 के

**11.** बीजगणित में अक्षर व्यक्त करते हैं –

(A) ज्ञात राशियाँ (B) अज्ञात राशियाँ
(C) निश्चित संख्याएँ (D) इनमें से कोई नहीं

**12.** 'चर' से तत्पर्य है कि

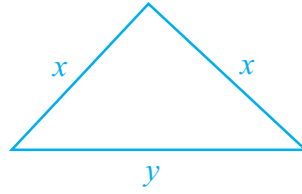
(A) यह विभिन्न मान ले सकता है (B) इसका निश्चित मान है
(C) यह विभिन्न मान नहीं ले सकता (D) यह केवल तीन मान ले सकता है

**13.** $10 - x$ का अर्थ है कि

(A) 10 को $x$ बार घटाया गया है (B) $x$ को 10 बार घटाया गया है
(C) $x$ को 10 में से घटाया गया है (D) 10 को $x$ में से घटाया गया है

**14.** सावित्री के पास $x$ रु थे। उसने 1000 रु परचून की वस्तुओं पर, 500 रु कपड़ों पर और 400 रु शिक्षा पर व्यय किए तथा उसे 200 रु एक उपहार के रूप में प्राप्त हुए। उसके पास कितनी राशि शेष रही?

(A) $x - 1700$ (B) $x - 1900$ (C) $x + 200$ (D) $x - 2100$

**15.** नीचे दी आकृति 7.1 में, त्रिभुज का परिमाप है –

आकृति 7.1

(A) $2x + y$ (B) $x + 2y$ (C) $x + y$ (D) $2x - y$

**16.** भुजा $x$ वाले वर्ग का क्षेत्रफल है –

(A) $x \times x$ (B) $4x$ (C) $x + x$ (D) $4 + x$

**17.** $x$ को 2 से गुणा करने और फिर उसे 3 में से घटाने के लिए व्यंजक है –

(A) $2x - 3$ (B) $2x + 3$ (C) $3 - 2x$ (D) $3x - 2$

**18.** $\frac{q}{2} = 3$ का हल है –

(A) 6 (B) 8 (C) 3 (D) 2

**19.** $x - 4 = - 2$ का हल है –

(A) 6 (B) 2 (C) – 6 (D) – 2

**20.** $\frac{4}{2} = 2$ व्यक्त करता है एक

(A) संख्यात्मक समीकरण (B) बीजीय व्यंजक

(C) एक चर वाली समीकरण (D) असत्य कथन

**21.** कांता के बॉक्स में $p$ पेंसिल हैं। वह इस बॉक्स में $q$ पेंसिलें और रख लेती है। अब उसके पास कुल पेंसिलें हैं –

(A) $p + q$ (B) $pq$ (C) $p - q$ (D) $\frac{p}{q}$

**22.** समीकरण $4x = 16$, $x$ के निम्नलिखित मान से संतुष्ट होती है –

(A) 4 (B) 2 (C) 12 (D) –12

**23.** मैं एक संख्या सोचता हूँ। इसमें 13 जोड़ने पर पर मुझे 27 प्राप्त होता है। इसके लिए समीकरण है –

(A) $x - 27 = 13$ (B) $x - 13 = 27$

(C) $x + 27 = 13$ (D) $x + 13 = 27$

**प्रश्न 24 से 30 में रिक्त स्थानों को भरिए, जिससे कथन सत्य हो जाएं:**

**24.** 40 km प्रति घंटा की अचर चाल से h घंटे में तय की गई दूरी (km में) ______ है।

**25.** $p$ kg आलू 70 रु में खरीदे गए 1 kg आलू का मूल्य (रु में)______ है।

**26.** एक ऑटो रिक्शा पहले 1 किलोमीटर का किराया 10 रुपये तथा इसके बाद 8 रुपये प्रति किलोमीटर लेता है। इस दर से d किलोमीटर दूरी का किराया ______होगा।

**27.** यदि $7x + 4 = 25$ है, तो $x$ का मान ______है।

**28.** समीकरण $3x + 7 = -20$ का हल ______है।

**29.** कथन '$x$, $y$ से 7' अधिक है' को व्यंजक ______से निरूपित किया जा सकता है।

**30.** कथन "संख्या $x$ की तीन गुने से 8 अधिक" को व्यंजक ______से निरूपित किया जा सकता है।

**31.** 2 रु प्रति पेंसिल की दर से $x$ रु में खरीदी जाने वाली पेंसिलों की संख्या ________ है।

**32.** $w$ सप्ताहों में दिनों की संख्या ________ है।

**33.** $r$ रुपये प्रति मास की दर से वार्षिक वेतन तथा 200 रुपये दिवाली बोनस मिल कर आय ________है।

**34.** दहाई के अंक $t$ और इकाई के अंक $u$ वाली दो अंकों की संख्या ________है।

**35.** समीकरण $2p + 8 = 18$ में प्रयुक्त चर ________ है।

**36.** $x$ मीटर = ________ सेंटीमीटर

**37.** $p$ लीटर = ________ मिलीमीटर

**38.** $r$ रुपये = ________ पैसे

**39.** यदि रमनदीप की वर्तमान आयु $n$ वर्ष है, तो 70 वर्ष के बाद उसकी आयु ________ होगी।

**40.** यदि मैं 100 रुपये में से $f$ रुपये व्यय कर दूँ, तो मेरे पास ________ रुपये शेष रहेंगे।

**प्रश्न 41 से 55 में, बताइए कि कौन-सा कथन सत्य है तथा कौन-सा असत्य:**

**41.** 0, समीकरण $x + 1 = 0$ का हल है।

**42.** समीकरण $x + 1 = 0$ और $2x + 2 = 0$ के हल समान हैं।

**43.** यदि $m$ एक पूर्ण संख्या है, तो $2m$, संख्या 2 का एक गुणज व्यक्त करती है।

**44.** पूर्णांक $x$ का योज्य प्रतिलोम $2x$ है।

**45.** यदि $x$ एक ऋणात्मक पूर्णांक है, तो $-x$ एक धनात्मक पूर्णांक है।

**46.** $(2x - 5) > 11$ एक समीकरण है।

**47.** एक समीकरण में, बायां पक्ष और दायां पक्ष बराबर होते हैं।

**48.** समीकरण $7k - 7 = 7$ में, चर 7 है।

**49.** समीकरण $2a - 1 = 5$ का एक हल है $a = 3$

**50.** नयी दिल्ली और भोपाल के बीच की दूरी एक चर नहीं है।

**51.** $t$ मिनट $60t$ सैकेंडों के बराबर हैं।

**52.** समीकरण $3x + 2 = 20$ का एक हल है, $x = 5$

**53.** ''किसी संख्या के एक-तिहाई को स्वयं उसी में जोड़ने पर 8 प्राप्त होता है'' को $\frac{x}{3} + 8 = x$ रूप में व्यक्त किया जा सकता है।

**54.** दो बहनों लीला और यामिनी की आयु का अंतर एक चर है।

**55.** एक बिंदु से होकर खींची जा सकने वाली रेखाओं की संख्या एक चर है।

**प्रश्न 56 से 74 में यदि आवश्यक हो तो, अज्ञात ( चर ) के लिए कोई अक्षर ($x, y, z, p$ इत्यादि ) चुनिए तथा संगत व्यंजक लिखिए:**

**56.** किसी संख्या के दोगुने से एक अधिक।

**57.** वर्तमान तापमान $x$ °C से 20 °C कम तापमान।

**58.** एक पूर्णांक का परवर्ती।

**59.** एक समबाहु त्रिभुज का परिमाप, यदि उसकी भुजा $m$ है।

**60.** लंबाई $k$ इकाई और चौड़ाई $n$ इकाई वाले आयत का क्षेत्रफल।

**61.** उमर अपनी माँ की सहायता अपनी बहन द्वारा की गई सहायता से 1 घंटा अधिक करता है।

**62.** दो क्रमागत विषम पूर्णांक।

**63.** दो क्रमागत सम पूर्णांक।

**64.** 5 का गुणज।

**65.** एक भिन्न का हर उसके अंश से 1 अधिक है।

**66.** माउंट एवरेस्ट की ऊँचाई एम्पायर स्टेट भवन की ऊँचाई की 20 गुना है।

**67.** यदि एक अभ्यास-पुस्तिका का मूल्य $p$ रु है तथा एक पेंसिल का मूल्य 3 रु है, तो 2 अभ्यास पुस्तिकाओं और 1 पेंसिल का कुल मूल्य।

**68.** $z$ को –3 से गुणा किया जाता है और गुणनफल को 13 में से घटाया जाता है।

**69.** $p$ को 11 से भाग कर परिणाम को 10 में जोड़ा जाता है।

**70.** 3 के $x$ गुने को सबसे छोटी प्राकृत संख्या में जोड़ा जाता है।

**71.** दो अंकों की सबसे छोटी संख्या में से $q$ का 6 गुना घटाया जाता है।

**72.** दो समीकरण लिखिए जिनका हल 2 हो।

**73.** एक समीकरण लिखिए, जिसका हल 0 हो।

**74.** एक समीकरण लिखिए, जिसका हल एक पूर्ण संख्या न हो।

**प्रश्न 75 से 84 में व्यंजकों को कथनों में परिवर्तित कर, दिए हुए कथनों को मिलाकर साधारण भाषा में बदलिए:**

**75.** एक पेंसिल का मुल्य $p$ रु है तथा एक पेन का मूल्य $5p$ रु है।

**76.** लीला ने प्रधानमंत्री राहत कोष में $y$ रु दान में दिए। लीला के पास अब $(y + 10,000)$ रु बचे।

**77.** कार्तिक की आयु $n$ वर्ष है। उसके पिता की आयु $7n$ वर्ष है।

**78.** दिल्ली में किसी दिन अधिकतम तापमान $p$ °C था। उस दिन न्यूनतम तापमान $(p - 10)$°C था।

**79.** पिछले वर्ष जॉन ने $t$ पौधे लगाए। उसी वर्ष उसके मित्र जय ने $(2t + 10)$ पौधे लगाए।

**80.** शरद पहले एक दिन में चाय के $p$ कप पिया करता था। कुछ स्वास्थ्य समस्या के कारण, अब वह एक दिन में चाय के $p - 5$ कप पीता है।

**81.** पिछले वर्ष विद्यालय बीच में ही छोड़ने वाले विद्यार्थियों की संख्या $p$ थी। इस वर्ष विद्यालय बीच में ही छोड़ने वाले विद्यार्थियों की संख्या $p - 30$ है।

**82.** पिछले महीने पेट्रोल का मूल्य $p$ रु प्रति लीटर था। इस समय पैट्रोल का मूल्य $(p - 5)$ रु प्रति लीटर है।

**83.** वर्ष 2005 में श्री खादर का मासिक वेतन $P$ रु था। वर्ष 2006 में उनका मासिक वेतन $(P + 1000)$ रु था।

**84.** पिछले वर्ष एक स्कूल में लड़कियों की संख्या $g$ थी। इस वर्ष उस स्कूल में लड़कियों की संख्या $3g + 10$ है।

**85.** $x$ का एक चर के रूप में प्रयोग करते हुए निम्नलिखित में से प्रत्येक कथन को एक समीकरण में रूपांतरित कीजिए –

(a) एक संख्या के दोगुने में से 13 घटाने पर 3 प्राप्त होता है।

(b) एक संख्या का $\frac{1}{5}$ उस संख्या से 5 कम है।

(c) किसी संख्या का दो-तिहाई 12 है।

(d) किसी संख्या के दोगुने में 9 जोड़ने पर 13 प्राप्त होता है।

(e) किसी संख्या के एक-तिहाई में से 1 घटाने पर 1 प्राप्त होता है।

**86.** निम्नलिखित कथनों में से प्रत्येक का एक समीकरण के रूप में अनुवाद कीजिए –

(a) एक समबाहु त्रिभुज का परिमाप *(p)* उसकी एक भुजा *(a)* का तीन गुना है।

(b) एक वृत्त का व्यास *(d)* उसकी त्रिज्या *(r)* का दोगुना है।

(c) किसी वस्तु का विक्रय मूल्य *(s)* उस वस्तु के क्रय मूल्य *(c)* और लाभ *(p)* के योग के बराबर होता है।

(d) मिश्रधन *(a)*, मूलधन *(p)* और ब्याज *(i)* के योग के बराबर होता है।

**87.** कार्तिक की वर्तमान आयु $x$ वर्ष है। उसके संबंधियों की आयु को दर्शाने वाली निम्नलिखित सारणी को पूरा कीजिए –

| स्थिति (साधारण भाषा में व्यक्त) | व्यंजक |
|---|---|
| (i) उसका भाई उससे 2 वर्ष छोटा है। | ________ |
| (ii) उसके पिता की आयु उसकी आयु से 35 वर्ष अधिक है। | ________ |
| (iii) उसकी माँ की आयु उसके पिता की आयु से 3 वर्ष कम है। | ________ |
| (iv) उसके दादा जी की आयु उसकी आयु की 8 गुनी है। | ________ |

**88.** यदि $m$ एक पूर्ण संख्या है और 5 से छोटी है, तो सारणी को पूरा कीजिए तथा सारणी के निरीक्षण द्वारा, समीकरण $2m - 5 = -1$ का हल ज्ञात कीजिए –

| $m$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $2m - 5$ | | | | | |

**89.** $p$ विद्यार्थियों की एक कक्षा ने पिकनिक पर जाने की योजना बनाई और प्रति विद्यार्थी 50 रु एकत्रित किए गए। इसमें से 1800 रु परिवहन हेतु अग्रिम राशि के लिए दिए गए। भोजन के लिए, उनके पास कितनी धनराशि शेष रही?

**90.** किसी गाँव में वर्षा का पानी संग्रहित करने के लिए 8 जल की टंकियां है। एक विशेष दिन, प्रति टंकी $x$ लीटर पानी संग्रहित किया गया। यदि इनमें से एक टंकी में 100 लीटर पानी पहले से था, तो उस दिन वर्षा का कुल कितना पानी टंकियों में संग्रहित हुआ?

**91.** $(m)$cm माप की भुजा वाले वर्ग का क्षेत्रफल क्या है?

**92.** किसी त्रिभुज का परिमाप सूत्र $P = a + b + c$ द्वारा ज्ञात किया जाता है, जहाँ $a$, $b$ और $c$ त्रिभुज की भुजाएँ हैं। इस सूत्र द्वारा व्यक्त नियम को शब्दों में लिखिए।

**93.** किसी आयत का परिमाप सूत्र $P = 2\,(l + w)$ द्वारा ज्ञात किया जाता है, जहाँ $l$ और $w$ आयत की लंबाई और चौड़ाई हैं। इस सूत्र द्वारा व्यक्त नियम को शब्दों में लिखिए।

**94.** अपने पिछले जन्मदिन पर मेरा भार 40 kg था। यदि एक वर्ष में मेरा भार $m$ kg बढ़ जाता है तो मेरा वर्तमान भार क्या है?

**95.** एक बुलेटिन बोर्ड की लंबाई और चौड़ाई क्रमशः $r$ cm और $t$ cm हैं।

(i) इस बोर्ड का फ्रेम बनाने के लिए, एल्यूमीनियम की पट्टी की कितनी लंबाई (सेंटीमीटर में)की आवश्यकता होगी, यदि उचित रूप से इसे लगाने के लिए 10cm अतिरिक्त पट्टी की आवश्यकता पड़ती है?

(ii) यदि एक बोर्ड की मरम्मत करने के लिए $x$ कीलों की आवश्यकता है, तो ऐसे 15 बोर्ड बनाने के लिए कितनी कीलों की आवश्यकता होगी?

(iii) बोर्ड के किनारों को ढकने के लिए, प्रति बोर्ड 500 वर्ग सेंटीमीटर अतिरिक्त कपड़े की आवश्यकता होती है। 8 ऐसे बोर्ड़ों को ढकने के लिए कपड़े के कितने क्षेत्रफल की आवश्यकता होगी?

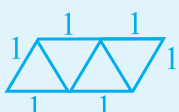
(iv) 23 बोर्ड़ों के लिए कुल कितना व्यय होगा, यदि बढ़ई $x$ रु प्रति बोर्ड मज़दूरी लेता है।

**96.** सुनीता की आयु उसकी माँ की आयु की आधी है। उनकी आयु

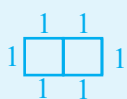
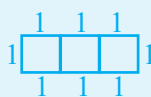
(i) 4 वर्ष के बाद क्या होगी?

(ii) 3 वर्ष पहले क्या थी?

**97.** स्तंभ I की वस्तुओं का स्तंभ II की वस्तुओं से सुमेलन कीजिए –

| | **स्तंभ I** | | **स्तंभ II** |
|---|---|---|---|
| (i) | एक चतुर्भुज के कोनों की संख्या | (A) | = |
| (ii) | समीकरण $2p + 3 = 5$ में चर | (B) | अचर |
| (iii) | समीकरण $x + 2 = 3$ का हल | (C) | + 1 |
| (iv) | समीकरण $2p + 3 = 5$ का हल | (D) | – 1 |
| (v) | समीकरण में प्रयुक्त होने वाला चिह्न | (E) | $p$ |
| | | (F) | $x$ |

## (D) क्रियाकलाप

**क्रियाकलाप 1:** निम्न पैटर्न का अवलोकन कर एक नियम लिखिए –

(i)

| | परिमाप | इकाई आकारों की संख्या |
|---|---|---|
| (1 त्रिभुज, भुजाएँ 1, 1, 1) | 3 | 1 |
| (2 त्रिभुज) | 4 | 2 |
| (3 त्रिभुज) | 5 | 3 |
| (4 त्रिभुज) | 6 | 4 |

नियम – इकाई आकारों की संख्या + 2 = $k + 2$, जहाँ $k$ इकाई आकारों (त्रिभुजों) की संख्या है।